BRILL

Phronesis 58 (2013) 1-16

PHRONESIS
brill.com/phro

Proportions du ciel d'Anaximandre

Jean-François Corre
Université de Rennes 1
La Ville Merel, Plelan-le-Grand, 35380 France
jeffcorre@wanadoo.fr

Abstract

The doxography for Anaximander's account of the rings of the sky gives proportions for them that are discrepant. So a widely accepted hypothesis proposes that, since the circles of the celestial bodies are compared to wheels, we should add the thickness of their 'rims' to the measurements for the celestial rings. This paper proposes an entirely different hypothesis which avoids this awkward expedient by suggesting that there is a 'geometrical' reading of the numerical data. The discrepancies can then be explained by there being two different methods for calculating the circumference of the circles.

Keywords

Anaximander, rings, proportions, circumference, sky

1. Témoignages

La doxographie attribue à Anaximandre des données numériques concernant la taille des cercles solaire et lunaire par rapport à la terre, mais ces données sont difficiles à concilier et suscitent un embarras, qui invite à proposer une autre interprétation de leur discordance.

> Le cercle d'où il exhale ses feux et par lequel il est emporté en rotation est vingt-sept fois plus grand que la terre (τὸν δὲ κύκλον, ἀφ' οὗ τὴν ἐκπνοὴν ἔχει καὶ ὑφ' οὗ περιφέρεται, ἑπτακαιεικοσαπλασίω τῆς γῆς) (Aetius, *Placita* 351.14-16 Diels = 12 A21 [p. 87.14-15] DK)

> Le cercle [du soleil] est vingt-huit fois plus grand que la terre ([τὸν ἥλιον] κύκλον εἶναι ὀκτωκαιεικοσαπλασίονα τῆς γῆς) (Aetius, *Plac.* 348.2-3 Diels = A21 [p. 87.10-11] DK)

DOI: 10.1163/15685284-12341239

> Le cercle [de la lune] est dix-neuf fois plus grand que la terre ([τὴν σελήνην] κύκλον εἶναι ἐννεακαιδεκαπλασίονα τῆς γῆς) (Aetius, *Plac.* 355.16-17 Diels = A22 [p. 87.18-19] DK)
>
> Le cercle du soleil est vingt-sept fois plus grand que *** celui de la lune (εἶναι δὲ τὸν κύκλον τοῦ ἡλίου ἑπτακαιεικοσαπλασίονα *** τῆς σελήνης) (Hippolyte, *Refutation* I, 6.1, 560.4-5 Diels = A11 [p. 84.13-14] DK)

Le témoignage d'Hippolyte contredit frontalement ceux d'Aetius, et son invraisemblance a mené à considérer le texte comme particulièrement incertain. Le passage est alors souvent reconstruit à partir de ceux d'Aetius et ne peut donc pas les éclairer[1]. Ce sont ainsi avant tout les données numériques d'Aetius qu'il faut tenter de mettre en cohérence.

Sauf à considérer que l'indication « 28 » est une « lecture corrompue »[2], il faut essayer de l'accorder avec 27. Elle est certes un peu curieuse, mais son étrangeté est comparable à celle de la valeur 19 attribuée au cercle lunaire. S'il y a deux mesures pour le cercle du soleil, ne serait-ce pas aussi le cas pour la lune ? Et 28 outrepassant un multiple de 9 d'une unité, 19 peut être lu de la même manière : 19 = 18 + 1. Il y aurait ainsi deux mesures basses, 18 et 27, augmentées d'une unité pour obtenir les mesures hautes 19 et 28. Et Aetius donnant également l'ordre des astres selon leur éloignement[3], il est tentant de compléter la série 27/18 en attribuant la valeur 9 au cercle des étoiles, et la série 28/19 par 10 (= 9 + 1)[4]. On aurait ainsi une série fondamentale 9/18/27, c'est-à dire 1 × 9 / 2 × 9 / 3 × 9, et donc au fond 1/2/3.

Reste à rendre compte de cette double mesure, c'est-à-dire du +1 attribué aux cercles du soleil et de la lune (et éventuellement des étoiles).

---

1) H. Diels et W. Kranz, *Die Fragmente der Vorsokratiker*, 6 Aufl. (Berlin, 1952) 84, n. ad loc. : « Ausfüllung der Lücke <τῆς γῆς, ἐννεακαιδεκαπλασίονα δὲ τὸν> Diels ». « Dix-neuf fois » pour Diels, ou « dix-huit fois » pour les interprètes qui pensent que 19 est 18 + 1 comme 28 est 27 + 1, et que c'est donc 18 qu'il faut mettre en parallèle avec 27. W. Kranz corrige Diels (*Die Fragmente* 487) après E. Franck et O. Becker.

2) Selon Charles H. Kahn, « a corrupt reading » : *Anaximander and the Origins of Greek Cosmology* (New York, 1960), 62.

3) A18 DK : « Le soleil est situé plus haut que tout ; après lui vient la lune, et, au dessous d'eux, les étoiles fixes et les planètes » (ἀνωτάτω μὲν πάντων τὸν ἥλιον τετάχθαι, μετ' αὐτὸν δὲ τὴν σελήνην, ὑπὸ δὲ αὐτοὺς τὰ ἀπλανῆ τῶν ἄστρων καὶ τοὺς πλάνητας).

4) Mais aucun témoignage n'indique qu'Anaximandre ait attribué une valeur 9 au « cercle » des étoiles, ni que doive encore s'y appliquer la logique +1.

Une manière de le faire a été de considérer que la distance des astres peut être comptée soit à partir du centre de la terre, soit à partir de son bord[5]. Il faudrait alors ajouter une unité à cette dernière distance quand on prend en compte le rayon de la terre : le cercle du soleil serait éloigné de 27 unités du bord de la terre et de 28 unités de son centre. Le diamètre du cercle solaire vaudrait alors 56, et la proportion soleil/terre serait de 28 (56/2 puisque le diamètre de la terre vaut 2 quand on a considéré que l'unité est celle du rayon terrestre)[6]. Donnée sans plus d'explication, l'indication 27 serait alors particulièrement ambiguë puisqu'elle ne vaudrait que pour le *rayon* du cercle du soleil *diminué* du rayon de la terre. Une autre manière d'interpréter le +1 a généralement été préférée.

2. Interprétation dominante : l'épaisseur des anneaux

Cette autre manière de rendre compte de la différence 27/28 et du curieux 19 a consisté à donner aux cercles célestes une épaisseur telle qu'il faille distinguer leur mesure extérieure de la mesure intérieure : il faudrait ainsi ajouter une unité à la mesure intérieure pour obtenir la mesure extérieure. Anaximandre appliquerait ainsi plusieurs fois la formule $(n \times 9) + 1$.

La prise en compte de cette épaisseur semble se justifier par les images des cercles données par Anaximandre. Une de ces images entend en effet rendre compte de l'éclat des astres par des trous sur les cercles célestes d'où s'échappe la lumière, comme le souffle du flûtiste s'échappe des trous de la flûte[7]. Cette image donnerait une conception tubulaire des cercles célestes : ce seraient des anneaux, de section circulaire, aussi profonde que large.

---

5) J. Neuhäuser, *Anaximander Milesius* (Bonn, 1883), 398, cité par D. O'Brien, « Anaximander's Measurements », *Classical Quarterly* 17 (1967), 423-32, à la page 423.

6) La distinction de deux distances (au centre de la terre/au bord) a été reprise récemment par Stephen A. White dans « Milesian Measures: Time, Space, and Matter » dans P. Curd et D. Graham, éds., *The Oxford Handbook of Presocratic Philosophy* (Oxford, 2011), 89-133, à la page 106. Mais il considère que les données numériques dont nous disposons sont des diamètres et non des rayons. La difficulté est que c'est pourtant en termes de rayon seulement que se comprend la différence entre la distance de l'anneau au centre de la terre et celle à son bord. La multiplication par deux de ces données n'a plus de sens : la considération du diamètre céleste diminué du diamètre terrestre ne correspond à rien de concret.

7) Le terme d'*aulos* est employé chez Aetius aussi bien pour le soleil (A21 [p. 87. 12] DK) que pour la lune (A22 DK), et *aulôdeis* de façon plus générale chez Hippolyte (*Ref.* I, 6.4 [p. 560.1 Diels] = A11 [p. 84. 11] DK.

2.1. *Le modèle de Tannery*

On doit à Tannery la conjecture la plus connue sur les proportions élémentaires et une proposition de modèle. À propos de la terre[8] :

> Ce disque, immobile au centre du monde, est entouré de trois anneaux circulaires. Celui qui renferme la plus grande masse de feu, l'anneau solaire, doit être le plus éloigné. Son diamètre est extérieurement 28 fois, intérieurement 27 fois celui de la terre.

Le modèle n'est pas seulement fait pour rendre compte de la différence 28/27 mais pour comprendre dans la même logique le 19 attribué à l'anneau lunaire :

> En se rapprochant de la terre, on trouve la masse secondaire de feu concentrée dans l'anneau lunaire. Son diamètre extérieur est 19 et probablement par suite l'intérieur 18 fois celui de la terre.

Le modèle invite alors à mettre le cas des étoiles en série avec les deux autres cercles selon des proportions simples :

> En suivant la même progression décroissante, nous devons nécessairement trouver, au plus près de la terre et compris entre *neuf* et *dix* fois le diamètre de celle-ci, un anneau stellaire…

Ce modèle a été largement accepté dans ses grandes lignes, en raison de sa cohérence et de son élégance[9]. Il présente toutefois un inconvénient.

2.2. *Difficulté du modèle de Tannery*

La différence 28/27 est celle entre les *diamètres* extérieur et intérieur de l'anneau céleste, et il faut donc compter deux fois l'épaisseur de l'anneau dans la différence d'une unité. L'épaisseur de l'anneau équivaut donc à la moitié du diamètre de la terre, puisque 28 (diamètre extérieur) = ½ (épaisseur de l'anneau) + 27 (diamètre intérieur) + ½ (épaisseur de

---

[8] *Pour l'histoire de la science hellène* (Paris, 1887), 90-1 (94 dans la deuxième édition de 1930).

[9] Par Burnet, Diels, Heath, et O'Brien en particulier selon D. O'Brien : « Anaximander's Measurements » (n. 5 *supra*) 423.

l'anneau à l'opposé) : « La double épaisseur du cerceau est ainsi égale au diamètre de la terre.[10] » Mais cette concession s'accorde mal avec un autre témoignage selon lequel « le soleil est égal à la terre »[11]. Si ce qui est appelé le soleil est en réalité l'ouverture de l'anneau qui laisse échapper le feu, la taille de cette ouverture doit alors être au moins le double de l'épaisseur de l'anneau présumée par Tannery. Cela ne conduit-il pas à écraser les anneaux célestes d'une manière qu'aucun témoignage n'atteste ?

2.3. *L'épaisseur d'une terre*

Kirk, Raven et Schofield [KRS] prennent en compte l'égalité terre/soleil[12], et considèrent comme « reasonable » de poser que l'*épaisseur* de l'anneau est comparable à cette *largeur*. Ils évitent l'écrasement en proposant « that the felloe is one earth-diameter thick »[13].

Mais cette restitution de l'intégrité de l'épaisseur de l'anneau a un coût important : puisqu'il faut compter deux fois l'épaisseur dans le diamètre, si le diamètre intérieur du cercle solaire mesure 27, le diamètre extérieur vaudrait 29 et non 28. À l'inverse, si c'est le diamètre extérieur qui mesure 28, le diamètre intérieur ne vaut que 26. Et c'est ce que proposent finalement KRS : 27 « might represent the diameter... from points half-way between the outer and inner edges.[14] » 27 serait ainsi le diamètre moyen, résultant de la moyenne entre le diamètre extérieur (28) et le diamètre intérieur (26)[15].

Pour restituer à l'anneau une épaisseur égale à sa largeur, il a ainsi fallu supposer que le témoignage omettait de préciser que 27 est le *diamètre moyen* entre le diamètre externe et le diamètre interne.

---

10) Tannery, *Pour l'histoire de la science hellène* (n. 8 *supra*), 91.

11) A21 DK (Aetius) : τὸν μὲν ἥλιον ἴσον εἶναι τῇ γῇ.

12) « The aperture of the sun is the same size as the surface (presumably) of the earth » : G. S. Kirk, J. E. Raven, et M. Schofield, *The Presocratic Philosophers*, 2ème éd. (Cambridge, 1983), 135. Ils s'appuient alors sur Aetius (A21 DK, n. 11 *supra*).

13) *The Presocratic Philosophers* 136, n. 1.

14) *Ibid.*

15) Il aurait été possible, selon la même logique, de concilier autrement 28 et 27 : en faisant de 28 la moyenne entre 27 (diamètre intérieur) et le diamètre extérieur (29).

2.4. *Roues célestes*

Une autre manière de faire permet de donner à la section du cercle solaire une largeur double de son épaisseur : il faut alors renoncer à une conception annulaire et mettre l'accent sur l'autre image, celle d'une roue. Les cercles célestes auraient alors la forme d'une jante, de section rectangulaire cette fois. Cela permettrait de bien distinguer la largeur de la jante, qui fait la visibilité des astres, de son épaisseur, qui pourrait plus facilement mesurer la moitié de cette largeur. En admettant que l'unité est celle du rayon de la terre, son diamètre vaut 2, le rayon de l'intérieur du cercle céleste vaut 27, le diamètre 54, tandis que le rayon jusqu'au bord extérieur de la roue céleste vaudrait 28, et le diamètre 56. La roue céleste aurait bien ainsi une épaisseur de 1 tandis que la largeur de l'ouverture qui fait pour nous le soleil pourrait valoir 2, comme le diamètre de la terre.

L'inconvénient de cette conception est l'entorse au principe modulaire selon lequel la terre serait l'unité mesurant toutes les autres données, principe dont la vraisemblance repose sur le contexte architectural dont il sera question tout à l'heure (3.1). Et puisque seule l'image a changé, c'était déjà le défaut du modèle de Tannery : la nécessité pour mesurer l'épaisseur de l'anneau de diviser l'unité qu'est le diamètre terrestre en faisant du rayon l'unité de mesure du modèle. L'image de la jante remplace heureusement celle d'un tube qu'il aurait fallu écraser, mais l'unité reste divisée.

Dirk L. Couprie propose alors un modèle mixte qui mesure les rayons des cercles célestes avec des terres entières[16]. Mais cela mène, pour une terre de diamètre 1, à un diamètre du cercle solaire de 56 pour l'extérieur de la jante, et de 54 pour l'intérieur. Les données numériques des témoignages d'Aetius ne sont alors respectées qu'en faisant le rapport entre les *rayons* des cercles célestes et le *diamètre* de la terre : l'opération n'est pas homogène[17].

---

16) « The Discovery of Space » dans D. L. Couprie, R. Hahn et G. Naddaf, éds., *Anaximander in Context* (New York, 2003), 165-254, à la page 213.

17) D. O'Brien avait relevé ce manque d'homogénéité chez divers interprètes (Cornford, Heath, Zeller) dans « Anaximander's Measurements » (n. 5 *supra*), 425. Les interprétations parviennent à concilier les données numériques en considérant tantôt des diamètres et tantôt des rayons : « In fact, whether we think in terms of radius, diameter or circumference makes no difference in itself. For the figures are relative, not absolute. The *proportions* of the universe will remain the same, provided only that we compare like with like. » Cette exigence d'homogénéité (« compare like with like ») écarte beaucoup d'interprétations.

2.5. *Embarras*

L'interprétation du +1 en termes d'épaisseur de l'anneau ou de la jante suscite en tout cas des complications embarrassantes. Il faut dans chaque cas de figure adjoindre à des proportions en principe simples des hypothèses *ad hoc*, où la simplicité première se perd finalement, et perd ainsi sa justification essentielle.

Une autre source d'embarras vient de la généralisation du cas du cercle solaire aux deux autres cas : celui de la lune et celui des étoiles[18]. Qu'est-ce qui justifie cosmologiquement que ces « anneaux » ou jantes aient la même épaisseur que la roue du soleil ? En particulier, si c'est la largeur de l'anneau ou la jante qui rend « raisonnable » l'estimation d'une épaisseur comparable (identique ou de moitié), et si cette largeur est évaluée à partir de l'ouverture qui laisse passer la lumière, il faudrait sans doute attribuer une épaisseur moindre à l'anneau de la lune (puisqu'il est plus proche), et bien moindre encore à celui d'une étoile (puisqu'il est bien plus proche encore, et que son ouverture est très inférieure). Mesurée à son ouverture, l'épaisseur d'un anneau stellaire devrait être infime par rapport à celui du soleil, et comparativement négligeable : il n'y a pas lieu de compter « plus un » dans son cas. La disproportion est certes moindre dans le cas de l'anneau lunaire, mais la justification du +1 est encore un problème. Même si l'on desserre l'exigence d'équivalence épaisseur/largeur/ouverture en réduisant de moitié l'épaisseur du cercle solaire comme le fait Tannery, ne reste-t-il pas curieux de donner aux cercles lunaire et stellaire la même épaisseur que celui du soleil ? La généralisation de la logique n/n+1 au cercle des étoiles est injustifiée ; son application au cas du cercle lunaire n'est pas beaucoup plus fondée.

De façon plus large, la plupart des interprétations tendent à prendre les images d'Anaximandre à la lettre, alors que leur coexistence dans les mêmes témoignages (la roue et la flûte en A20 DK [Aetius] en particulier) les relativise : ce que l'une risque d'entraîner comme interprétation trop réaliste est comme corrigée par l'autre. Cette coexistence devrait inciter à la prudence.

---

18) Le cas des étoiles n'est abordé ici que négativement : la question de savoir s'il y a un anneau par étoile, et donc une multitude d'anneaux, ou si c'est en réalité une sphère figurée en deux dimensions par un anneau, ou encore un tube, est laissée de côté. Il s'agit seulement de mettre en doute l'hypothèse qui prétend que l'épaisseur de(s) l'anneau(x) des étoiles doit être semblable à celle de l'anneau solaire (et comptée 1).

Ne peut-on pas alors comprendre +1 autrement que comme l'ajout (simple ou double) d'un espace, qu'il s'agisse de l'épaisseur de l'anneau ou de la jante céleste, ou de la largeur du rayon terrestre ?

3. Géo-métrie élémentaire

3.1. *Le contexte architectural*

Les travaux de Robert Hahn sur le contexte architectural en Ionie à l'époque d'Anaximandre ont montré le sens que pouvait avoir une « géométrie » architecturale avant la géométrie « pure »[19]. Au VIème siècle av. J.-C., l'Ionie connaît des développements remarquables et des soubresauts dont témoignent les trois grands temples de Samos (Héraion), Éphèse (Artémision) et Milet (Didymaion)[20]. Ils remplacent des temples antérieurs bien plus modestes : leur construction atteste d'un savoir architectural important, où une « géométrie » pratique joue un rôle architectonique. Pratique des opérations de la règle et du compas, cette « géométrie » sait déjà effectuer concrètement ce qui s'appellera, lorsqu'elles deviendront pleinement autonomes, l'élévation d'une perpendiculaire, la bissection d'un angle ou la trisection d'un cercle. Les dimensions des temples montrent que les proportions simples (du type 2:1, 3:1) y sont privilégiées. Robert Hahn

---

[19] « Technology and Anaximander's Cosmical Imagination : A Case-Study for the Influence of Monumental Architecture on the Origins of Western Philosophy/Science » dans J. C. Pitt et P. Durbin, éds., *New Directions in the Philosophy of Technology* (Dordecht / Boston, 1995) 95-138; *Anaximander and the Architects : The Contribution of Egyptian and Greek Architectural Technologies to the Origins of Greek Philosophy* (Albany, NY, 2001); « Proportions and Numbers in Anaximander and Early Greek Thought » dans D. L. Couprie, R. Hahn et G. Naddaf, éds., *Anaximander in Context* (New York, 2003), 71-163; *Archaeology and the Origins of Philosophy* (Albany, NY, 2010).

[20] Vers 570 / 560 av. J.-C., les aristocrates de Samos font appel à Théodore de Samos et Rhoïkos pour construire un temple en pierre consacré à Héra, l'Héraion. Au même moment à peu près, Crésus, roi de Lydie (561-547 av. J.-C.), fait appel aux Crétois Chersiphron et son fils Métagène pour entreprendre à Éphèse la construction d'un autre temple, consacré à la déesse Artémis : l'Artémision. Le Didymaion est également du VIème siècle. Il est moins connu parce que, détruit par les Perses, il sera remplacé par un édifice plus grand encore que l'Héraion et l'Artémision.

souligne encore la conception modulaire de cette architecture, qui prend la colonne comme unité de mesure de l'ensemble de l'édifice[21].

Il n'est pas nécessaire d'admettre tout le détail des rapprochements faits par R. Hahn pour reconnaître la disponibilité à l'époque d'Anaximandre d'une pratique géométrique en architecture. Et cette géométrie pratique d'avant la géométrie offre une véritable solution aux reproches d'anachronisme opposés par D. R. Dicks à l'idée d'une astronomie géométrique chez Anaximandre[22]. Il y a certes de sérieuses raisons de douter qu'Anaximandre ait disposé d'une géométrie théorique pour élaborer son astronomie, mais il est à l'inverse tout-à-fait vraisemblable qu'il ait pu avoir connaissance du savoir architectural de son époque, et qu'il l'ait utilisé pour élaborer son modèle du monde[23].

En témoigne en particulier selon R. Hahn le fût de colonne auquel Anaximandre compare la terre : « Sa forme est ronde, arrondie, semblable au fût d'une colonne.[24] » Cette comparaison n'est pas une simple image en passant, mais joue sans doute un rôle central, puisque peuvent s'y coordonner bien d'autres éléments du modèle de la terre, aussi bien internes qu'externes.

De façon interne, la hauteur de la terre fait le tiers de son diamètre[25], et sa surface peut accueillir la carte de l'œcoumène, puisque celui-ci est entouré du fleuve Océan, tracé comme au tour ou au compas[26]. Cette carte

---

21) R. Hahn cite Vitruve, *Les dix livres d'Architecture* III, 3, 7 : « Le diamètre des colonnes sera égal à un module » (« Proportions and Numbers in Anaximander and Early Greek Thought », n. 19 *supra*, 105).

22) « Solstices, Equinoxes, and the Presocratics », *The Journal of Hellenic Studies* 86 (1966), 26-40. D. R. Dicks estime que l'armature géométrique nécessaire à une véritable astronomie ne sera disponible qu'à partir de 430 av. J.-C.

23) La prise en compte des possibilités de la « géométrie » architecturale permet en effet de donner une consistance forte aux mentions des travaux astronomiques attribués à Anaximandre par la doxographie. J.-F. Corre, « Le gnomon d'Anaximandre », *Revue de Philosophie Ancienne* 2 (2010), 3-33.

24) A11 [p. 84. 7-8] DK: τὸ δὲ σχῆμα αὐτῆς γυρόν, στρογγύλον, κίονι λίθωι παραπλήσιον.

25) A10 [p. 83. 32-3] DK: « Il affirme que la terre a la forme d'un cylindre dont la profondeur correspond à un tiers de sa largeur » (ὑπάρχειν δέ φησι τῶι μὲν σχήματι τὴν γῆν κυλινδροειδῆ, ἔχειν δὲ τοσοῦτον βάθος ὅσον ἂν εἴη τρίτον πρὸς τὸ πλάτος).

26) Hérodote IV, 36, à propos des cartes qui l'ont précédé.

semble encore, ajoutons-nous, divisée en trois parties équivalentes, selon une trisection du cercle facile à faire au compas[27].

De façon externe, la terre serait également l'unité de mesure du monde, son module fondamental : les cercles stellaires, lunaire et solaire se disposeraient de façon modulaire selon les proportions élémentaires de l'architecture : les rapports 2:1 et 3:1 donneraient les proportions 1 × 3 × 3 pour les étoiles, 2 × 3 × 3 pour la lune, 3 × 3 × 3 pour le soleil.

Partant de ces données convaincantes, Robert Hahn a voulu leur adjoindre lui aussi l'interprétation du + 1 comme épaisseur des anneaux célestes de la largeur d'une terre, ce qui le conduit à des mesures hétérogènes (27 ou 28 sont comparés à ½)[28]. Et il complique encore le modèle en indiquant les distances des cercles célestes à partir du *bord* de la terre : le *diamètre intérieur* du cercle solaire vaut alors en fait 27 (distance au bord de la terre) × 2 (pour les deux côtés) + 1 (le diamètre de la terre) = 55, tandis que le diamètre *extérieur* vaut 57. Cela éloigne des données numériques des témoignages, et de la simplicité par laquelle la logique des proportions prenait sens.

3.2. *Deux calculs*

Ne peut-on conserver au *schéma* général les proportions élémentaires du modèle théorique, tout en essayant de donner au privilège du facteur 3 une signification plus déterminée ? Il est frappant en effet que la terre comme unité semble aussi bien divisée que multipliée par trois de multiples façons. On peut y voir une proportion toute simple, élémentaire (comme 2:1), mais n'y a-t-il pas davantage ? La « géométrie » architecturale, pratique, ne permet-elle pas une justification de cette insistance ?

Si le but d'Anaximandre est de donner les proportions des cercles célestes, l'omniprésence du trois ne viendrait-elle pas tout simplement du privilège de la figure circulaire ? Le nombre trois caractérise en effet particulièrement le cercle, puisque la circonférence d'un cercle de diamètre 1 vaut 3 (à peu près) : trois est la manière pratique en géométrie architec-

---

[27] Si les remarques d'Hérodote valent en particulier pour la carte d'Anaximandre quand il note que (1) Les Ioniens divisaient le monde en trois parties : l'Europe, la Lybie, l'Asie (II, 16) ; (2) Il y a une certaine symétrie entre l'Europe et la Lybie (dont témoigne la symétrie entre le Nil et l'Istros : II, 33) ; (3) L'Asie et l'Europe sont égales (IV, 36).

[28] Selon le schéma de « Proportions and Numbers in Anaximander and Early Greek Thought » (n. 19 *supra*), 145.

turale de passer du diamètre au périmètre. Nous savons certes que 3 n'est qu'une approximation de ce que nous appelons π, mais cette valeur est très courante en pratique dans de nombreuses traditions[29].

3.2.1. *Calcul élémentaire*

Il faudrait alors non pas seulement respecter le principe d'homogénéité des grandeurs comparées[30], mais encore distinguer les périmètres des rayons ou diamètres pour interpréter le +1. Les périmètres sont certes en proportion avec les diamètres (ou les rayons), mais cette proportion π (ou 2π) affecte la signification à donner à +1. Si 27 et 18 sont des périmètres, le +1 qui mène à 28 et 19 ne peut plus correspondre à une jante de l'épaisseur d'une terre (ni d'une demi-terre).

Si 27/18/9 sont les circonférences des cercles du soleil, de la lune et des étoiles, et si elles sont calculées avec la valeur architecturale de 3 donnée à π, elles correspondent à des diamètres de 9, 6, et 3, c'est-à dire 3 × 3, 2 × 3, 1 × 3. Cela rendrait compte de manière très simple d'un des facteurs 3[31].

Mais 3 n'est que la valeur pratique, architecturale en particulier, de π. Si une autre valeur était disponible, elle mènerait alors à une estimation corrigée des cercles cosmiques. Les valeurs 28 et 19 de la doxographie ne viendraient ainsi pas de la formule (n × 9) + 1, mais seraient simplement des valeurs plus précises des circonférences des cercles du soleil et de la lune lorsque le calcul est effectué avec une valeur de π plus fine que 3.

Cette autre valeur de π était-elle disponible ?

3.2.2. *Autres valeurs de π*

Trois siècles après Anaximandre, vers 250 av. J.-C., Archimède donnera l'encadrement remarquable[32] :

---

29) On la trouve par exemple dans le *Livre des Rois* de la Bible, 7: 23. Le fondeur Hiram de Tyr fait un récipient « de forme circulaire », de « dix coudées de diamètre », dont « un cordeau de trente coudées aurait fait le tour ».

30) Exigence de « compare like with like » (D. O'Brien : « Anaximander's Measurements », n. 5 *supra*, 425).

31) Il s'agirait ainsi non pas de multiplier à nouveau 27/18/9 (× 2) par 3 pour obtenir les circonférences comme le propose R. Hahn (« Proportions and Numbers in Anaximander and Early Greek Thought », n. 19 *supra*, 146), mais de voir cet opérateur de circonférence déjà présent dans les proportions 27/18/9.

32) *La mesure du cercle* I, 143.19-21 Mugler (ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ ῑ οα′ μείζων).

Le rapport du périmètre au diamètre est donc inférieur à $3\frac{1}{7}$ et supérieur à $3\frac{10}{71}$.

Soit $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$. Son mérite n'est pas tant d'avoir proposé la valeur $\frac{22}{7}$ que de l'avoir établie comme limite supérieure d'un écart fin par un procédé algorithmique[33], ce qui en fait bien davantage qu'une excellente estimation pratique[34] : l'encadrement est démontré et exact. Archimède applique ainsi la méthode d'exhaustion au procédé d'encadrement, qui tous deux remontent plus haut dans le temps[35].

On ne dispose certes pas de témoignages de l'usage par Anaximandre de deux valeurs de π, mais il est très probable qu'il existait déjà des correctifs à la valeur 3 des métiers, correctifs qui n'exigeaient pas du tout le même degré d'abstraction que l'encadrement savant d'Archimède. L'insuffisance de 3 devait en tout cas être bien connue depuis longtemps. Il suffit en effet d'effectuer la trisection d'un demi-cercle au compas pour voir que la courbe excède manifestement les trois cordes (qui ensemble mesurent 3 si le rayon vaut 1) : le cercle entier mesure alors davantage que 3 fois le diamètre, et il n'est pas besoin de mathématiques déductives pour le voir[36]. De façon plus concrète encore, une simple cordelette autour d'un fût, mesurée à son diamètre, en témoigne.

---

33) Qui ouvrait ainsi la possibilité d'un affinement supérieur systématique.

34) En termes décimaux, cela implique que $3,140 < \pi < 3,143$.

35) Puisque l'exhaustion remonte à Eudoxe au moins. Mais bien d'autres travaux semblent tourner autour de problèmes comparables. Anaxagore aurait procédé à un essai de quadrature du cercle dans sa prison (Plutarque, *De l'exil* 17, 607 F = 59 A38 DK). Les noms d'Hippocrate de Chio ou d'Antiphon sont également évoqués à propos de tentatives du même ordre. Selon T. H. Heath, Hippocrate a dû pratiquer « some anticipation in essence of the method of exhaustion » : *A History of Greek Mathematics* (Oxford, 1921), t. 1, 202. Voir aussi G. E. R. Lloyd, « The Alleged Fallacy of Hippocrates of Chios », *Apeiron* 20 (1987), 103-28. Aristote fait mention de la quadrature d'Antiphon dans ses *Réfutations sophistiques* 11, 172a7. Elle est présentée par Themistius (*in Phys*. V.2, 4.2 sq. Heinze) et Simplicius (*in Phys*. IX, 54.20-55.24 Diels). Selon T. H. Heath, « Antiphon therefore deserves an honorable place in the history of geometry as having originated the idea of *exhausting* an area by means of inscribed regular polygons with an ever increasing number of sides » (*op. cit.* 222).

36) La figure manifeste que π excède 3 comme le tour du cercle excède celui de l'hexagone régulier inscrit.

3.2.3. *Avant Anaximandre*

Et des attestations de la double valeur de ce qui correspond à ce que nous appelons π existent bien avant Anaximandre[37]. On dispose par exemple en Égypte au deuxième millénaire de témoignages d'une connaissance bien plus précise des valeurs qui caractérisent le cercle[38].

Mais des tablettes mathématiques de Suse, publiées en 1961 par E. M. Bruins et M. Rutten, présentent des données plus précieuses encore[39]. On y constate en effet la coexistence sur une *même* tablette de deux valeurs pour caractériser le cercle[40] : une valeur simple d'abord (aux lignes 2, 3 et 4, des constantes reviennent à donner une valeur de 3 pour ce que nous désignons par π) ; puis une correction est apportée à cette première approche. À la ligne 30 de la *même liste* de constantes géométriques, un coefficient est en effet proposé[41], qui corrige la première valeur et équivaut à donner à ce qui est pour nous π une valeur de $^{25}/_{8}$, c'est-à-dire de $3 + {}^{1}/_{8}$.

Nous ne connaissons pas la démarche qui a permis d'obtenir cette estimation, mais les tablettes manifestent une étude combinée du cercle et des

[37] Ces témoignages n'ont pas pour fonction de prétendre établir un lien direct ou une influence sur le cas grec, mais simplement de lever l'objection de l'anachronisme.

[38] Le Problème 50 du *Papyrus de Rhind* (vers 1650 av. J.-C.) posé par Ahmès est : « Si on te dit : un cercle a neuf khets de diamètre. Quelle est son aire ? » B. Duvillié, *Sur les traces de l'Homo mathematicus. Les mathématiques avant Euclide*, Paris, 1999, 196. La réponse présentée étant la multiplication 8 × 8, cela correspond à une valeur de π de $(^{16}/_{9})^2$, soit pour nous une correction de 0,16048… ajoutée à 3. Il est difficile de préciser quelle généralité était donnée à ce résultat, mais le calcul ne se contentait en tout cas pas des ¾ du carré circonscrit (si l'on donnait la valeur 3 à π), qui mènerait à une surface de 60,75. Le calcul, ou la recette, d'Ahmès (64) est beaucoup plus proche de la surface réelle (≈ 63,68).

[39] *Textes mathématiques de Suse* = *Mémoires de la Mission archéologique en Iran* 34 (Paris, 1961). La datation proposée est la fin de la première dynastie de Babylone, c'est-dire autour de 1600 av. J.-C. La découverte des tablettes date de 1936.

[40] *Texte III* de la Tablette I, transcription pp. 25 et 26, traduction pp. 27 et 28, photographie pl. IV, caractères pl. 4.

[41] « Ce facteur… rend évident que la valeur plus précise de π = 3 ⅛ était connue des Babyloniens » (E. M. Bruins, *Textes mathématiques de Suse*, n. 39 *supra*, 33). Après avoir hésité plus tôt sur d'autres mentions moins probantes, O. Neugebauer a fini par accepter pleinement cette valeur sur la foi de ces documents (« This conjecture is now fully confirmed » : addition de la deuxième édition de 1957, *The Exact Sciences in Antiquity*, Copenhagen, 52). L'ouvrage de Bruins et Rutten est paru après (1961) la deuxième édition de celui de Neugebauer (1957), mais un aperçu du contenu de la tablette avait déjà été donné en 1950 par E. M. Bruins, dans « Quelques textes mathématiques de la mission de Suse », *Proceedings of the Amsterdam Academy* 53, (1950), 1025-33.

polygones réguliers : des encadrements géométriques de plus en plus fins ont pu mener à une telle évaluation. Il est certain en tout cas que l'insuffisance de la valeur 3 pour passer du diamètre au cercle était bien connue, et que des valeurs bien meilleures étaient disponibles si le besoin s'en faisait sentir.

3.2.4. *Retour à Milet*

On ne dispose certes pas de la valeur utilisée à l'époque d'Anaximandre pour corriger le 3 architectural, mais il suffit de supposer l'existence d'une telle valeur pour envisager que deux calculs des cercles célestes aient pu être effectués : l'un selon le 3 architectural pratique, l'autre selon le correctif qui mène au « cercle plus parfait »[42].

En reprenant les diamètres élémentaires attribués en 3.2.1 à Anaximandre, améliorer le calcul de la circonférence du cercle du soleil équivaut à ajouter au premier calcul la multiplication par neuf du correctif (circonférence du cercle du soleil = $\pi \times 9 = [3 + \text{correctif}] \times 9 = 27 + 9 \times \text{correctif}$). Si le correctif qu'il faut multiplier par 9 est de ⅛ par exemple[43], cela revient, en s'en tenant à des entiers, à ajouter une unité au premier calcul : $27 + 1 = 28$, nouvelle approximation de cette circonférence, bien préférable à 27 en effet, si d'autres calculs doivent suivre en particulier.

De même pour le cercle lunaire : il faut cette fois multiplier le correctif par 6, et ainsi ajouter une unité à 18 pour obtenir une approximation préférable.

Il n'y aurait en revanche pas lieu d'augmenter d'une unité la circonférence du cercle des étoiles, puisque le correctif multiplié par 3 est loin d'atteindre une unité.

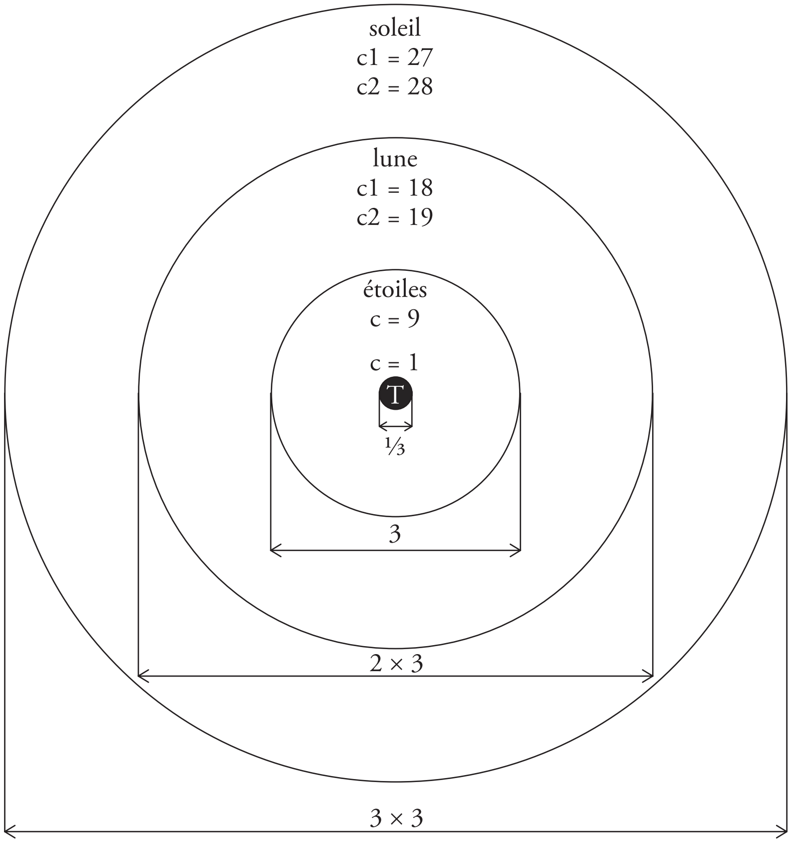
Au lieu des schémas complexes aux données numériques difficilement conciliables, on aurait les proportions suivantes[44] :

---

42) Selon l'expression utilisée par E. M. Bruins pour gloser le nom du second cercle (*Textes mathématiques de Suse*, n. 39 *supra*, 28).

43) Le raisonnement est le même si le correctif est 1/6 ou 1/7.

44) Sur la difficulté à entendre une éventuel modèle (sphérique ou tubulaire, en trois ou deux dimensions), voir « Le problème des représentations visuelles dans la cosmologie présocratique : pour une histoire de la modélisation » de Gábor Betegh dans A. Laks et C. Louguet (éds.), *Qu'est-ce que la philosophie présocratique ? / What is Presocratic Philosophy?* (Lille, 2002), 381-415, en particulier 404-15.



En l'absence de témoignage direct, on pourrait être réticent à attribuer à Anaximandre l'usage de deux opérateurs de circonférence. On pourrait alors substituer à cette conjecture une hypothèse plus sobre : puisque l'usage de valeurs de π bien meilleures que 3 est certaine à l'époque de Théophraste et Eudème en tout cas, on pourrait envisager que ce dernier par exemple ait voulu rectifier (c2) les calculs élémentaires d'Anaximandre (c1)[45]. Ou, selon une variante de cette hypothèse : Anaximandre n'aurait donné que les diamètres, tandis que la doxographie nous donnerait deux calculs des circonférences. Mais la possibilité de la connaissance par

---

45) « In any case, Eudemus's *Research in Astronomy* is by far the likeliest source for astronomical details, including specific numerical values, even if his reports reached later sources via Theophrastus » (Stephen A. White, « Milesian Measures » , n. 6 *supra*, 111).

Anaximandre de plusieurs manières d'estimer π n'a rien d'invraisemblable, bien au contraire.

Formulée de façon générale, l'hypothèse principale de cet article a ainsi consisté à donner une autre lecture des curieux nombres d'Aetius, en retenant les proportions simples (3/2/1) en faveur desquelles témoigne le contexte architectural, en lisant les nombres d'Aetius sur la base 27/18/9 proposée par Tannery, mais en comprenant autrement le +1 : non pas comme l'ajout d'une épaisseur de terre (ni de deux moitiés, ni de deux), mais comme le résultat de deux manières différentes de calculer la circonférence, l'une par le simple 3 architectural, l'autre par un rapport plus fin.